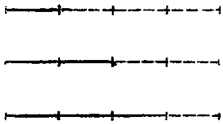
арифметической прогрессии. Впрочем, можно изобразить также разность, как на фиг. 2, отрезком, обозначающим непосредственно произвольное количество. Из обширного исследования о спиралях, данного Архимедом в его *Трактате о спиралях*, видно, что суммирование было произведено только что указанным способом.



Фиг. 2.

Но вернемся к изображению единиц точками, чтобы указать еще на один известный, благодаря Никомаху, способ геометрического представления арифметических прогрессий с 1 в качестве первого члена прогрессии и произвольным целым числом $(n-2)$ в качестве разности ее; метод этот состоит в употреблении так называемых *многоугольных* (n-угольных) чисел. Второй член $(n-1)$ прогрессии изображают с помощью точек, составляющих вместе с некоторой неподвижной точкой n-угольник. Рассматривая неподвижную точку, как центр подобия, переходят от этого многоугольника к ряду подобных n-угольников с помощью ряда гномонов, каждый из которых представляет член прогрессии. В частности для $n=4$ получают четыреугольные числа или, — так как вид четыреугольника не имеет никакого значения, —квадратные числа, как мы это уже видели.

Эту геометрическую арифметику распространили даже на пространство. *Пространственные числа* — это числа, изображаемые с помощью параллелепипеда, т. е. произведения *трех* сомножителей; если эти сомножители равны между собой, то мы имеем кубические числа. Множители двух подобных пространственных чисел пропорциональны друг другу, и следовательно, их отношение равно отношению двух кубических чисел. *Пирамидальное число* — это сумма ряда n-угольных чисел, имеющего первым членом 1, причем предполагается, что многоугольники положены друг на друга так, чтобы образовать пирамиду.

4. Геометрическая алгебра. Какая-нибудь крайне общая — рациональная или иррациональная — величина может, прежде всего, быть изображена длиной прямолинейного отрезка; для вычитания или сложения изображенных таким образом величин надо будет нанести один из отрезков на другой или на его продолжение. Мы отметили выше применения этого метода в случае суммирования арифметических прогрессий у Архимеда; он особенно пригоден для представления уравнений первой степени с целыми коэфициентами или даже рациональными коэфициентами, ибо последние могут быть приведены к целым числам.

Умножение общих величин, взятое в непосредственном смысле слова, есть бессмыслица, но с этим справились, применив к общим величинам уже известное нам геометрическое представление произведения двух целых чисел. Однако в древности не обобщали, как в современной математике, арифметических понятий умножения и произведения. Вместо того чтобы говорить о *произведении общих величин*, говорили о прямоугольнике, образованном